



کد کنترل

121

A



دفترچه شماره ۱

صبح پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۴/۲۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی - نوبت دوم سال ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی



ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $a, a^2, a^3, \dots$ (۲) $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$ (۳) $a^2, a, 1, \dots$ (۴) $1, a, a^2, \dots$

۲- مقدار عبارت $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ به ازای ریشه مثبت معادله $x^2 + x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}\sqrt{5}$ (۲) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$ (۳) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ (۴) $\frac{6}{5}\sqrt{5}$

۳- ساده‌شده عبارت $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) A

۴- گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ (۲) $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$
(۳) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ (۴) $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۵- نقاط $A(2a+3, a-2)$ و $B(7-2a, a-2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه

$S(b, b-2)$ رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{13}{8}$

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $-4ax^2 + bx + \frac{1}{c} = 0$ برابر $\log 4$ و a واسطه حسابی b و c باشد،

مقدار $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$ کدام است؟

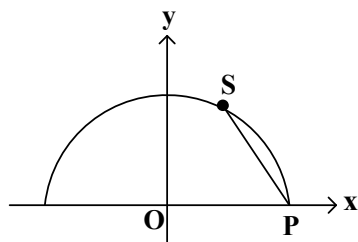
- (۱) $\sqrt[4]{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt[4]{10}$ (۴) $\sqrt{10}$

۷- اگر معادله $|4x-2| = x^2 - x + a$ دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ‌تر معادله کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $4,5$ (۳) ۵ (۴) $5,5$

محل انجام محاسبات

۸- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $f \circ g(-4)$ کدام است؟

(۴) -۵

(۳) -۱۵

(۲) ۹

(۱) ۱۹

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$ در یک همسایگی از a ، وارون‌پذیر است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد،

مقدار $f(a-9)$ کدام است؟

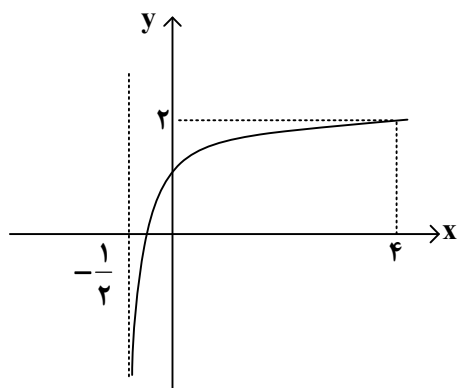
(۴) ۳۴

(۳) ۳۲

(۲) ۲۷

(۱) ۲۵

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{9}$ (۲) $-\frac{2}{9}$ (۳) $-\frac{5}{18}$ (۴) $-\frac{7}{18}$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $(\sqrt{1+\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha})(1+\cos \alpha)$ کدام

است؟

(۴) $-\sin \alpha$ (۳) $-\cos \alpha$ (۲) $\sin \alpha$ (۱) $\cos \alpha$

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد، مقدار $\cot(18^\circ - \alpha)$ کدام است؟

(۴) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{15}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۱) $5\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۱۴- حاصل عبارت $A = \sqrt{2}\cos(210^\circ)\sin(243^\circ) - \sqrt{2}\sin(135^\circ)\cos(153^\circ)$ چند برابر $\cos(27^\circ)$ است؟

- (۱) ۳٫۵ (۲) ۲٫۵ (۳) ۱٫۵ (۴) ۰٫۵

۱۵- معادلهٔ مثلثاتی $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$ چند جواب در بازهٔ $(0, \pi)$ دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

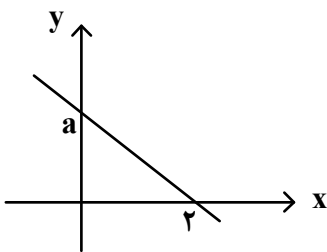
۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) ۸ (۲) $\sqrt{\frac{2}{a}}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{3a}}$ (۴) $+\infty$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ باشد، مقدار $\left[\frac{b}{a}\right]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$ باشد، مقدار غیر صحیح



a کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$ (۳) $-1 + \sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۹- اگر تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b\sqrt{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 5|x|$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $y = |f(x)|$ باشند، مقدار $\frac{n}{m}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۲۳- به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند ولی واریانس آنها ۱ واحد افزایش یابد، اختلاف دو داده جدید کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

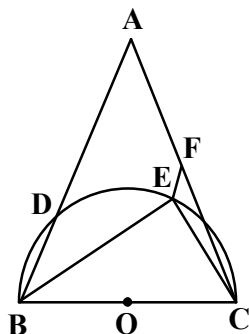
۲۴- در یک کلاس ۱۰ نفره که هیچ دو نفری از آنها هم‌قد نیستند دو دانش‌آموز پشت سرهم به تصادف انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که دومی از اولی کوتاه‌قدتر است. احتمال اینکه دانش‌آموز اول بلندقدترین عضو کلاس باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{1}$

۲۵- با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به‌طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از دیگر زاویه باشد؟

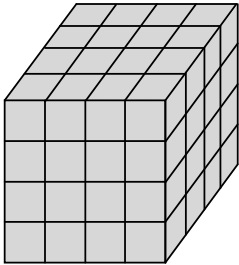
- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
(۲) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
(۳) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
(۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

۲۶- در شکل زیر، شعاع نیم‌دایره برابر ۴/۵ و $EF = 2$ است. اگر $\widehat{DE} = \widehat{EC}$ و $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$ باشد، اندازه AB کدام است؟



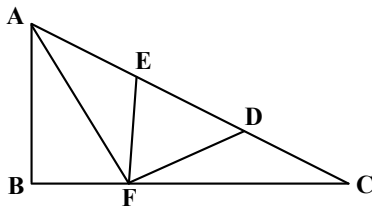
- (۱) ۱۲
(۲) ۱۳
(۳) ۱۴
(۴) ۱۵

۲۷- تمام وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ شکل زیر، رنگ آمیزی شده است. چند مکعب به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است؟



- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۲۴

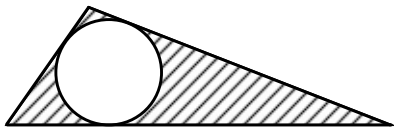
۲۸- در مثلث شکل زیر، نقاط D و E ضلع AC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مثلث EFD، متساوی‌الاضلاع است.



اگر $\frac{AF}{BC} = \frac{2}{3}$ و $AB = 3\sqrt{3}$ باشد، طول FC کدام است؟

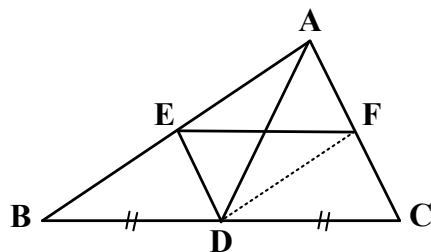
- (۱) $4\sqrt{3}$
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) $6\sqrt{3}$

۲۹- در شکل زیر، محیط مثلث محیطی $\sqrt{48\pi}$ است. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر ۳ باشد، مساحت مثلث محیطی کدام است؟



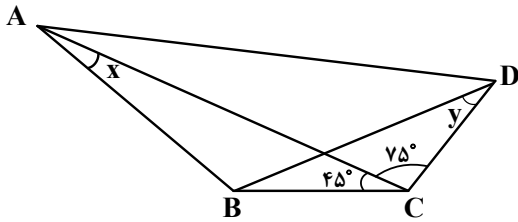
- (۱) ۶
(۲) 6.5
(۳) $\pi + 3$
(۴) $1.5\pi + 3$

۳۰- در مثلث ABC، DE نیمساز زاویه $\hat{A}$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $AC = 8$ ، $BC = 14$ و $AD = 3$ باشد، اندازه DF کدام است؟



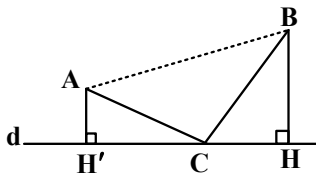
- (۱) $\sqrt{7}$
(۲) $9\sqrt{7}$
(۳) $5\sqrt{21}$
(۴) $6\sqrt{21}$

۳۱- در شکل زیر، اگر $\hat{ADB} = \hat{BAD}$ و $x + y = 90^\circ$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{6}}{4}$
 (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

۳۲- در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d به ترتیب، ۴ و ۶ واحد است و نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی ABHH' برابر $50\sqrt{3}$ باشد، اندازه CH کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{3}$
 (۲) $6\sqrt{3}$
 (۳) $8\sqrt{3}$
 (۴) $10\sqrt{3}$

۳۳- اگر $\vec{u}$ بردار یکه در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{v}$ بردار یکه در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $2\vec{a}$ و $-\vec{b}$ باشد، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{u}$ و $\vec{v}$ تولید می‌شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $D = BA^T B$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) -۸ (۴) $-\frac{8}{3}$

محل انجام محاسبات

۳۵- برای ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، اگر $C = A \times B$ و $D = B \times C \times A$ باشد، $|D|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۶- نقطه $A(\alpha, \beta)$ روی سهمی $x = -y^2 + 5y - 6$ قرار دارد. اگر فاصله نقطه A از کانون سهمی برابر $1/5$ باشد، مقدار α کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۳۷- اگر عدد طبیعی $a > 3$ اعداد $7m + 2$ و $11m + 4$ را عاد کند، کدام مورد نمی‌تواند عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد؟

- (۱) $ak + 1$ (۲) $ak + 3$ (۳) $ak + 5$ (۴) $ak + 7$

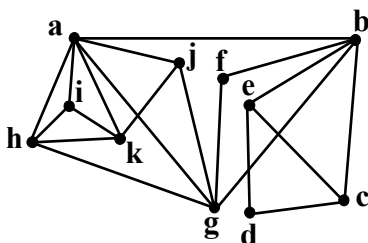
۳۸- ۱۵ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

- (۱) ۱۸۹ (۲) ۳۱۵ (۳) ۵۶۷ (۴) ۹۴۵

۳۹- در کیسه‌ای ۶ گوی آبی، ۵ گوی سبز، ۴ گوی قرمز و ۷ گوی سفید وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۳ گوی آبی یا حداقل ۴ گوی سبز یا حداقل ۲ گوی قرمز یا حداقل ۵ گوی سفید بیرون آورده‌ایم؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۴۰- در گراف شکل زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به‌طوری‌که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بستهٔ اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد؟



- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

محل انجام محاسبات