

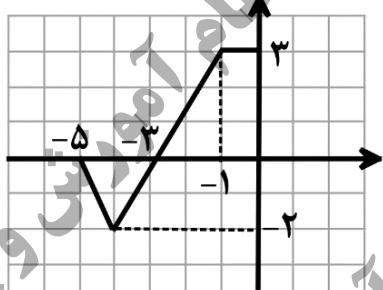
با سمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳

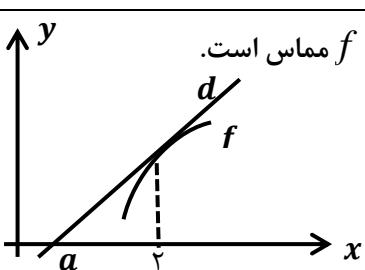
|   |                      |  |
|---|----------------------|--|
| تعداد صفحه: ۲   | ساعت شروع: ۱۰ صبح    | رشته: علوم تجربی                               |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | نام و نام خانوادگی : | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشورهای ماه سال ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                      |  |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد) | نمره |
|------|---|------|
|------|---|------|

|                          |   |      |
|--------------------------|---|------|
| ۱                        | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.<br>الف) نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ , از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می آید.<br>ب) فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد.<br>پ) باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است. | ۰/۷۵ |
| ۲                        | جاهاي خالي را با عدد مناسب پر کنيد.<br>الف) اگر $f(x) = \frac{ x }{1+ x }$ , مقدار $f(f(x))$ برابر ..... است.<br>ب) اگر $\alpha$ یک زاویه حاده و $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ , حاصل $\cos 2\alpha$ برابر ..... است.<br>پ) بازه $(-2, 0)$ , یک همسایگی چپ برای عدد ..... است.                                  | ۰/۷۵ |
| ۳                        | نمودار تابع $f$ به صورت مقابل است.<br>دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.  | ۱    |
| ۴                        | ضابطه و دامنه تابع وارون تابع زیر را به دست آورید.<br>$f(x) = -x^2 - 2$ ; $x \geq 0$  | ۱/۵  |
| ۵                        | مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{3} + 3$ برابر ۶ می باشد، $ a $ و دوره تناوب را به دست آورید.   | ۱    |
| ۶                        | جواب های معادله مثلثاتی $1 = 2 \sin 4x$ را به دست آورید. کدام جواب ها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هستند؟  | ۱/۵  |
| ادامه سوالات در صفحه دوم |   |      |



| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد) | نمره |
|------|---|------|
|------|---|------|

|    |   |      |
|----|---|------|
| ۷  | حدهای زیر را محاسبه کنید.<br>(الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2}$   | ۱/۵  |
| ۸  | خط $d$ در نقطه با طول $x=2$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است.<br>  | ۱/۵  |
| ۹  | مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).<br>(الف) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$ (ب) $g(x) = \frac{3x+1}{x^5 - x + 1}$  | ۲    |
| ۱۰ | معادله حرکت متخرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است.<br>(الف) سرعت متوسط متخرک در بازه $[1, 2]$ را محاسبه کنید.<br>(ب) سرعت لحظه‌ای متخرک در لحظه $t = 2$ چقدر است؟  | ۱/۵  |
| ۱۱ | با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟  | ۱/۵  |
| ۱۲ | می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌مترمکعب است.<br>ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ( $\pi = 3$ )                                     | ۱/۵  |
| ۱۳ | معادله قطر کانونی یک بیضی، $-y = u$ و معادله قطر کوچک، $x = 2$ است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند، مرکز بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید.  | ۱/۷۵ |
| ۱۴ | معادله دایره‌ای به صورت $0 = x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6$ است، مختصات مرکز این دایره را به دست آورید.   | ۰/۷۵ |
| ۱۵ | فرض کنید جمعیت یک کشور متشكّل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟ | ۱/۵  |

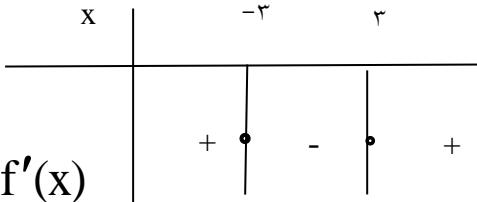
با سمه تعالی

|  |                   |                      |   |
|--|-------------------|----------------------|---|
| راهنمای تصحیح درس : ریاضی ۳  | رشته : علوم تجربی | ساعت شروع: ۱۰:۰۰ صبح | تعداد صفحه: ۳   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |                   |                      | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج درنوبت دی ماه سال ۱۴۰۲ |                   |                      | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |
| ردیف   | نمره              |                      |   |

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۱ | الف) نادرست    ب) نادرست    پ) درست<br>هر مورد ۰/۲۵   | ۰/۷۵ |
| ۲ | الف) $\frac{1}{25}$ ب) صفر    پ) $\frac{1}{3}$<br>هر مورد ۰/۲۵  | ۰/۷۵ |
| ۳ | $D_g = [0, 5] (0/5), R_g = [-4, 6] (0/5)$   | ۱    |
| ۴ | $y = -x^2 - 2 \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{-y - 2} (0/75) \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{-x - 2} (0/25)$<br>$D_{f^{-1}} = (-\infty, -2] (0/5)$   | ۱/۵  |
| ۵ | $ a  + 3 = 6 (0/25) \Rightarrow  a  = 3 (0/25) \quad T = \frac{2\pi}{ b } (0/25) \Rightarrow \frac{2\pi}{1} = 4\pi (0/25)$  | ۱    |
| ۶ | $\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24} (0/5)$<br>$4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} (0/5) \quad x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24} (0/5)$ | ۱/۵  |
| ۷ | الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty (0/25)$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2 (0/25)$  | ۱/۵  |
| ۸ | $f'(x) = -2x + 6 (0/25) \rightarrow f'(2) = 2 (0/25)$<br>$d : (2, 3), (a, \circ) (0/25) : 2 = \frac{0-3}{a-2} (0/5) \Rightarrow a = \frac{1}{2} (0/25)$   | ۱/۵  |
| ۹ | الف) $f'(x) = \underbrace{\left( \frac{1}{\sqrt{x}} \right)}_{(0/5)} (x^2 - 2x) + \overbrace{(4x^3 - 2)}^{(0/25)} (2\sqrt{x} + 1)$  | ۲    |

با اسمه تعالی

|  |                          |                      |   |
|--|--------------------------|----------------------|---|
| راهنمای تصحیح درس : ریاضی ۳  | رشته : علوم تجربی        | ساعت شروع: ۱۰:۰۰ صبح | تعداد صفحه: ۳   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹ |                      |   |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج درنوبت دی ماه سال ۱۴۰۲ |                          |                      | مرکزآرزوشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |
| ردیف   | ردیف                     | ردیف                 | ردیف  |
| ردیف   | ردیف                     | ردیف                 | ردیف  |

|    |  |    |
|----|--|----|
|    | $(b) g'(x) = \frac{3(x^5 - x + 1) - \overbrace{(5x^4 - 1)(3x + 1)}^{(0/25)}}{(x^5 - x + 1)^2} \quad (0/5)$   |    |
| ۱۰ | $\text{الف } \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 15 \quad (0/25)$ $\text{ب) } f'(t) = 8t^3 + 1 \quad (0/5) \rightarrow f'(2) = 25 \quad (0/25)$  | ۱۰ |
| ۱۱ | $f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \pm 3 \quad (0/25)$  <p style="text-align: right;">اکیدا صعودی (۰/۵)<br/>رسم جدول ۵/ نمره</p>   |    |
| ۱۲ | $h = \frac{300}{r^2} \quad (0/25) \quad S = \frac{1800}{r} + 3r^2 \quad (0/25) \quad S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0 \quad (0/5)$ $r = \sqrt[3]{300} \quad (0/25) \Rightarrow h = \sqrt[3]{300} \quad (0/25)$  |    |
| ۱۳ | <p>مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس: <math>O(2, -1) \quad (0/25)</math></p> <p>باتوجه به اینکه <math>AA' = 12</math> و <math>BB' = 8</math> ، بنابراین:</p> $\overbrace{AA'}^{(0/25)} = 2a = 12 \rightarrow a = 6 \quad (0/25)$ $\overbrace{BB'}^{(0/25)} = 2b = 8 \rightarrow b = 4 \quad (0/25)$ |    |

با اسمه تعالی

|  |                          |                      |   |
|--|--------------------------|----------------------|---|
| راهنمای تصحیح درس : ریاضی ۳  | رشته : علوم تجربی        | ساعت شروع: ۱۰:۰۰ صبح | تعداد صفحه: ۳   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹ |                      |   |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج درنوبت دی ماه سال ۱۴۰۲ |                          |                      | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |
| ردیف   | نمره                     |                      |   |

|         |  |         |
|---------|--|---------|
|         | $c^2 = 36 - 16 = 20 \rightarrow c = \sqrt{20} \quad (0/25)$<br>$\rightarrow FF' = 2c = 4\sqrt{5} \quad (0/25)$         | همچنین: |
| ۰/۷۵    | $\rightarrow O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}\right) = (1, 3) \quad (0/5)$    | ۱۴      |
| ۱/۵     | $p = \underbrace{\left(0/45 \times 0/4\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\left(0/55 \times 0/6\right)}_{(0/25)} = 0/0.51$ | ۱۵      |
| ۲۰ نمره | موفق باشد  |         |