

161A

کد کنترل

161

A



دفترچه شماره ۱
صبح پنجشنبه
۱۴۰۴/۰۴/۲۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی – نوبت دوم سال ۱۴۰۴

خارج از کشور

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱) $0, a, a^2, \dots$ (۲) $a, \frac{a}{2}, \frac{a}{4}, \dots$ (۳) $a, a, a, \dots$ (۴) $\frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \dots$

۲- مقدار عبارت $\frac{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27}{8x^2 - 24x + 18}$ به ازای ریشه بزرگ‌تر معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $0,5\sqrt{5}$ (۳) $0,1\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{5}$

۳- ساده‌شده عبارت $(B' \cap A) \cup [(B - A) \cup A'] \cap (A - B)$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

۴- نقیض گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره زیر است؟

- (۱) $\sim p \Rightarrow \sim (r \Rightarrow q)$ (۲) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow q)$ (۳) $p \Rightarrow \sim (r \Rightarrow q)$ (۴) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow q)$

۵- اگر $A(2b+1, 2b-b^2)$ و $B(2b-1, 2b-b^2)$ دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های صحیح مثبت از سهمی

$y = m(x - \alpha + 1)^2 + \alpha + 1$ باشند، مقدار m کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۶- اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $(a \log 2)x^2 + ax + b \log 2 = 0$ ، برابر -1 باشد، مقدار $\frac{b}{(\sqrt{2})^a}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) 5 (۴) 10

۷- به ازای چند مقدار صحیح از a ، معادله $|4x - 2| = x^2 - x + a$ دارای چهار ریشه حقیقی است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

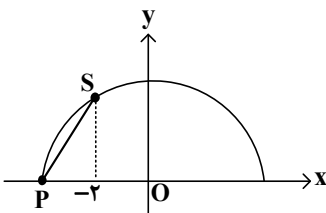
۸- در نیم‌دایره شکل زیر، اگر طول وتر PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، عرض نقطه S کدام است؟

- (۱) $1,5\sqrt{3}$

- (۲) $2,5\sqrt{2}$

- (۳) $2\sqrt{3}$

- (۴) $3\sqrt{2}$



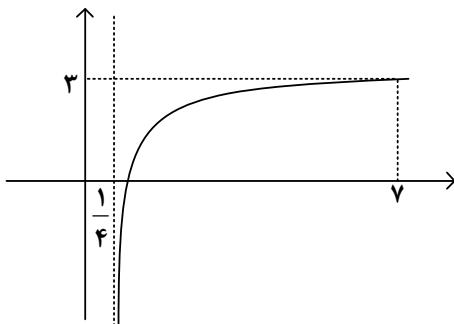
۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x+2 & x > 3 \\ -2x+1 & x \leq 3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x+3 & f(-x) > 0 \\ x-3 & f(-x) \leq 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $\log(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\frac{13}{2}$ (۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) -۴

۱۰- تابع f با ضابطه $f(x) = 4x - x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 9$ در یک همسایگی از a ، وارون پذیر است. اگر $\text{fof}(a) = a$ باشد، مقدار $f(a-5)$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۹ (۴) ۷

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-1}(-1)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۲- اگر انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{1+\tan^2 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\cot \alpha$ (۲) $-\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $\tan \alpha$

۱۳- اگر $\tan(\alpha + 25^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $\cot(35^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

۱۴- اگر $A = \sqrt{2} \cos(135^\circ) \cos(297^\circ) + \sqrt{3} \cos(63^\circ) \sin(120^\circ)$ باشد، حاصل $2A$ کدام است؟

- (۱) $\cos(27^\circ)$ (۲) $\sin(27^\circ)$ (۳) $5 \sin(27^\circ)$ (۴) $5 \cos(27^\circ)$

۱۵- معادله مثلثاتی $\tan(3x - \frac{\pi}{3}) + \tan 2(x - \frac{\pi}{2}) = \cot(\frac{3\pi}{2})$ چند جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{a})^+} \frac{2\sqrt{x - \frac{3}{a}} + 3\sqrt{x} - \sqrt{\frac{27}{a}}}{\sqrt{x^2 - \frac{9}{a^2}}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$\sqrt{\frac{2a}{3}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3a}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2a}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{3a}{2}} \quad (۱)$$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{3}})^+} \frac{[-x] + a}{\left| \frac{\sqrt{3}}{3}x + a \right| + a} = -\infty$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

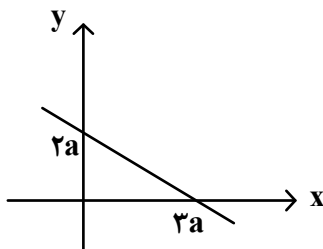
$$-۴ \quad (۴)$$

$$-۳ \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$-۱ \quad (۱)$$

۱۸- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^2(x)}{x |f^{-1}(x)|}$ کدام است؟



$$-\frac{4}{9} \quad (۱)$$

$$-\frac{8}{27} \quad (۲)$$

$$-\frac{8}{9} \quad (۳)$$

$$-\frac{4}{27} \quad (۴)$$

۱۹- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 + mx - m - 1|}{m|x^2 - 1| + |x - 1|} & x \neq 1 \\ \frac{m}{m + 2} & x = 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{m}} f(x)$ کدام است؟

$$\frac{7}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{2} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \tan(\frac{\pi}{2} - x)}{2x - \pi}$ کدام است؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$-۱ \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x^2} & x \geq 1 \\ b + c\sqrt{x^2} & x < 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. اگر f فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار

$\frac{ab}{c^2}$ کدام است؟ ($c \neq 0$)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۲- تابع $y = |f(x)|$ که در آن $f(x) = x(|x| + 3)$ است، چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۳- واریانس پنج داده آماری برابر $\frac{16}{3}$ است. با اضافه کردن سه داده a ، a و b به داده‌های اولیه، میانگین داده‌ها تغییر

نکرده ولی واریانس آنها ۱ واحد افزایش پیدا می‌کند. اختلاف a و b کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۴- تیم ملی وزنه‌برداری، ۵ وزنه‌بردار در پنج وزن مختلف به مسابقات المپیک اعزام می‌کند. از بین آنها دو ورزشکار به تصادف پشت‌سرهم انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که نفر دوم از نفر اول سنگین‌وزن‌تر است. احتمال اینکه نفر اول سبک‌وزن‌ترین عضو تیم باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{3}{9}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۲۵- با استفاده از کدام روش رسم زیر، می‌توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به‌طوری‌که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه $1/5$ برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد؟

(۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن

(۲) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

(۳) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن

(۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

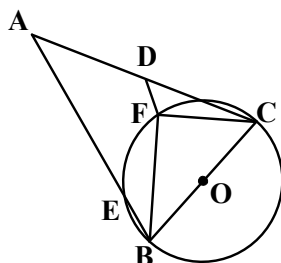
۲۶- در شکل زیر، قطر دایره برابر ۷ و $DF = 1$ است. اگر $\widehat{EF} = \widehat{FC}$ و نقطه D وسط پاره‌خط AC باشد، اندازه AB کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۸

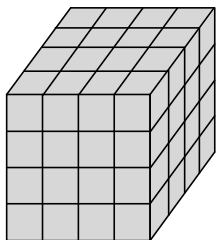
(۳) ۹

(۴) ۱۰



محل انجام محاسبات

۲۷- تمام وجه‌های مکعب شکل زیر رنگ آمیزی شده است. تعداد مکعبات کوچک رنگ شده چند برابر تعداد مکعبات کوچک رنگ نشده است؟



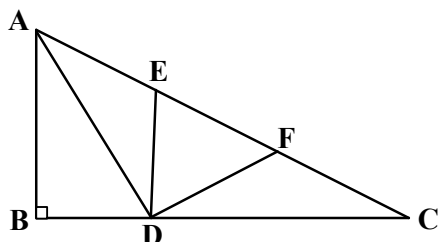
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۲۸- در مثلث شکل زیر، اگر مثلث DEF متساوی الاضلاع و مثلث‌های ADE و CFD متساوی الساقین باشند، آنگاه



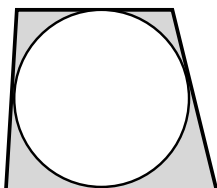
کدام است؟ $\frac{AD}{BD}$

(۱) ۲

(۲) ۱٫۵

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

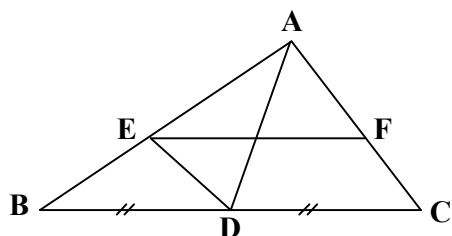
۲۹- در شکل زیر، محیط چهارضلعی محیطی $\sqrt{80\pi}$ است. اگر مساحت قسمت سایه خورده ۵ باشد، اندازه محیط دایره



محاطی کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}\pi$ (۲) $2\sqrt{5}\pi$ (۳) $\sqrt{5}\pi$ (۴) $2\sqrt{5}\pi$

۳۰- در مثلث ABC، $EF \parallel BC$ و $\hat{ADE} = \hat{BDE}$ است. اگر $AC = ۷$ ، $BC = ۱۰$ و $AD = ۳$ باشد، طول نیمساز

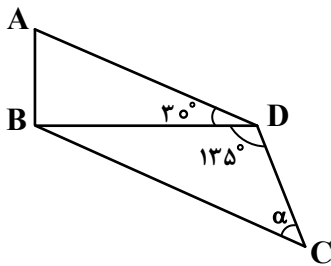


زاویه ADC کدام است؟

(۱) $\frac{21}{8}$ (۲) $\frac{19}{8}$ (۳) $\frac{17}{8}$ (۴) $\frac{15}{8}$

محل انجام محاسبات

۳۱- در شکل زیر، اگر $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ و زاویه $\hat{ABC} = 105^\circ$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



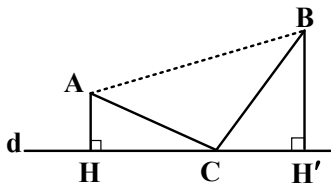
$$(1) \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$(2) \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$(3) \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$(4) \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۳۲- در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d، به ترتیب، $2\sqrt{3}$ و $5\sqrt{3}$ واحد است و نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت مثلث ACH برابر $6\sqrt{3}$ باشد، اندازه HH' کدام است؟



$$(1) 15$$

$$(2) 18$$

$$(3) 21$$

$$(4) 24$$

۳۳- اگر بردار $\vec{e}_1$ در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و بردار $\vec{e}_2$ در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای $3\vec{a}$ و $2\vec{b}$ باشد، طول یکی از قطرهای متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{e}_1$ و $\vec{e}_2$ تولید می‌شود، کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \sqrt{2}$$

$$(3) 1$$

$$(4) 2$$

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|(AB)^2|$ کدام است؟

$$(1) \frac{16}{9}$$

$$(2) \frac{25}{9}$$

$$(3) 16$$

$$(4) 25$$

۳۵- اگر ماتریس‌های $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $A = B \times C$ باشند، درایه واقع در سطر سوم ستون اول

ماتریس A^5 کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) -۳۲ (۳) -۸ (۴) -۶۴

۳۶- نقطه $A(\alpha, \beta)$ روی سهمی $y^2 + 2x + 3y + 2 = 0$ قرار دارد. اگر فاصله نقطه A از کانون سهمی برابر $2/5$ باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای β کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۷- اگر n عدد صحیح و زوج باشد و $m|n+1$ و $k|m+2$ در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $3 + k^2 + m^2$ بر ۸ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

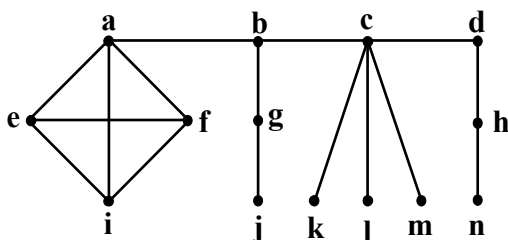
۳۸- ۸ دانشجو را به چند طریق می‌توان در چهار اتاق ۲ نفره یکسان اسکان داد؟

- (۱) ۶۳۰ (۲) ۳۱۵ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۰۵

۳۹- در جعبه‌ای ۵۲ کارت به تعداد مساوی از چهار رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی وجود دارد. حداقل چند کارت از جعبه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۶ کارت قرمز یا حداقل ۴ کارت سبز یا حداقل ۳ کارت زرد یا حداقل ۲ کارت آبی بیرون آورده‌ایم؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۴۰- در گراف شکل زیر، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به‌طوری‌که همسایگی‌های بسته عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمم، افزای برای مجموعه رئوس این گراف باشند؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۱

محل انجام محاسبات